

Phần I: Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm)

Chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng và ghi vào tờ giấy làm bài.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{-1}{x-2}}$ là

- A. $x > 2$. B. $x \neq 2$. C. $x < 2$. D. $x \leq 2$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $\sqrt{(a-1)^2} - a$ với $a < 0$ được kết quả bằng

- A. $1 - 2a$. B. 1 . C. $1 - a$. D. $2a - 1$.

Câu 3: Khi đồ thị hàm số $y = x + 1 - m$ cắt trục hoành tạo điểm có hoành độ $x = 2$ thì giá trị của tham số m bằng

- A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = -1$.

Câu 4. Biết phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 4 . B. -2 . C. 6 . D. 2 .

Câu 5. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Nếu giảm chiều dài $5m$ và tăng chiều rộng $5m$ thì được một hình vuông. Chu vi của hình chữ nhật ban đầu là

- A. $30m$. B. $45m$. C. $50m$. D. $60m$.

Câu 6. Cho hai đường tròn $(O; 3cm)$ và $(O'; 5cm)$ có đoạn nối tâm $OO' = 7cm$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. cắt nhau. B. tiếp xúc trong. C. không giao nhau. D. tiếp xúc ngoài.

Câu 7. Cho đường tròn $(O; 1cm)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; 1cm)$ sao cho $OA = 2cm$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn $(B, C \in (O; 1cm))$. Độ dài cung BC lớn bằng

- A. $\frac{2}{3}cm$. B. $\frac{2\pi}{3}cm$. C. $\frac{4\pi}{3}cm$. D. $\frac{4}{3}cm$.

Câu 8. Quay tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10cm; AC = 6cm$ quanh cạnh AB cố định được hình nón. Thể tích của hình nón đó bằng

- A. $96\pi cm^3$. B. $128\pi cm^3$. C. $200\pi cm^3$. D. $218\pi cm^3$.

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $\left(\sqrt{12} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}\right)\left(\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} - 1\right)$.

2) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 4} + \frac{5\sqrt{x} + 12}{x - 16}\right)$ với $x > 0; x \neq 16$. Chứng minh $P > 1$ với mọi giá trị của x thuộc điều kiện xác định.

Bài 2. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ (x-1)x + (1-x)(y+1) = 0. \end{cases}$

Bài 3. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0$ (m là tham số).

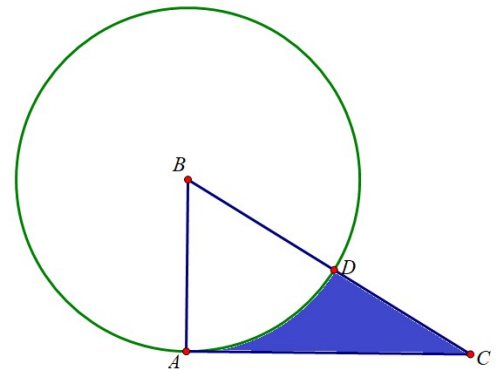
a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1} = 1.$$

Bài 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AC = 3\text{cm}$; $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Vẽ đường tròn tâm B bán kính BA cắt cạnh BC tại D . Tính diện tích phần mặt phẳng tô đậm ở hình vẽ bên. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường tròn $(O; R)$ đường kính BC cắt các cạnh $AB; AC$ lần lượt tại E, D . Các đường thẳng BD và CE cắt nhau tại I . Đường thẳng AI cắt BC tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BHIE$ và $CDIH$ là các tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng DH cắt đường thẳng CE tại M và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là N (N khác D). Chứng minh $NE \parallel AI$ và $IE \cdot CM = IM \cdot CE$.

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình $4x + \sqrt{2x^2 + 6x + 1} = \frac{6x + 1}{x}$.

2) Cho x, y, z là các số dương.

Chứng minh $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh: Giám thị 1:

SBD: Giám thị 2:

I. Phần I: Trắc nghiệm khách quan: (2,0 điểm) Mỗi ý đúng được 0,25 điểm

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
C	A	B	C	D	A	C	A

II. Phần II. Tự luận: (8.0 điểm)

Bài 1.

Câu	Nội dung	Điểm
1) 1,0 điểm	Ta có $\left(\sqrt{12} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}\right) \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} - 1\right) = \left(2\sqrt{3} - \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1} - 1\right)$	0,25
	$(2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2$	0,25
	Kết luận:....	
2) 1,0 điểm	b) Với $x > 0; x \neq 16$ ta có $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 4} + \frac{5\sqrt{x} + 12}{x - 16}\right) = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 4} + \frac{5\sqrt{x} + 12}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4)}\right)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} : \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 4) + 5\sqrt{x} + 12}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} : \frac{x + 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 4)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}}$	0,25
	Vì $x > 0; x \neq 16$ nên $1 + \frac{3}{\sqrt{x}} > 1$. Kết luận:....	0,25

Bài 2:

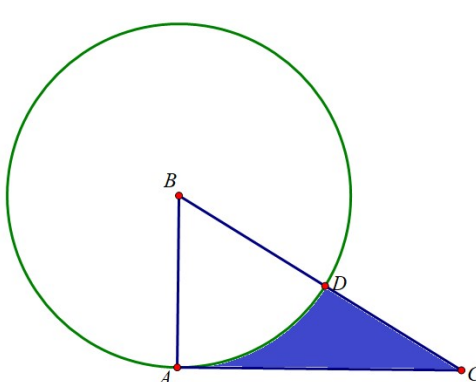
Câu	Nội dung	Điểm
3) 1,0 điểm	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 & (1) \\ (x-1)x + (1-x)(y+1) = 0 & (2) \end{cases}$	0,25
	Biến đổi phương trình (2) ta được $(x-1)(x-y-1) = 0$	
	Trường hợp 1: $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$. Thay vào phương trình (1), tìm được $y = \pm 2$	0,25
	Trường hợp 2: $x-y-1=0 \Leftrightarrow x=y+1$. Thay vào phương trình (2), rút gọn ta được $y^2 + y - 2 = 0$. Giải phương trình tìm được $y = 1; y = -2$	0,25
	+) $y = 1 \Rightarrow x = 2$ +) $y = -2 \Rightarrow x = -1$	0,25

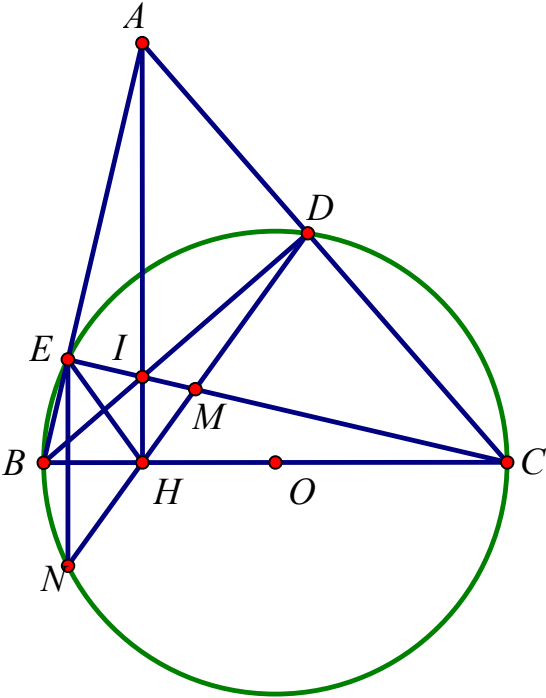
	Kết luận: Tất cả các nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$	
--	--	--

Bài 3:

Câu	Nội dung	Điểm
a) 0,5 điểm	Với $m = 1$, phương trình trở thành $x^2 - 2x - 2 = 0$ Giải phương trình tìm được $x_1 = 1 + \sqrt{3}; x_2 = 1 - \sqrt{3}$.	0,25 0,25
b) 1,0 điểm	c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1} = 1 \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2 > 0 (ld) \\ x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2) = x_1 x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - (x_1 + x_2) = 3x_1 x_2 \quad (1) \\ -m^2 - 1 \neq 0 \end{cases}$	0,25
	Áp dụng định lý Vi - et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 1 \end{cases}$	0,25
	Thay vào (1) ta được $m^2 = \frac{-5}{3}$ (vô nghiệm) Vậy không có giá trị của tham số m thoả mãn đề bài.	0,25

Bài 4: (3,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1) 1,0 điểm		
	Tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC \tan C = \sqrt{3} (cm)$	0,25
	Tính được diện tích tam giác ABC bằng $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{3\sqrt{3}}{2} cm^2$.	0,25
	Diện tích quạt tròn BAD bằng $\frac{60}{360} \cdot \pi \cdot BA^2 = \frac{\pi}{2} cm^2$	0,25
	Tính được diện tích phần mặt phẳng cần tìm bằng $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2} \approx 1,03 cm^2$.	0,25

2a)		
	Chứng minh I là trực tâm tam giác ABC	0,25
	Từ đó suy ra $AI \perp BC$ tại H	0,25
	Chứng minh tứ giác $AIHE$ nội tiếp	0,25
	Chứng minh tứ giác $CDIH$ nội tiếp	0,25
2b)	<p>Đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDIH$ có $\widehat{ICD} = \widehat{IHD}$</p> <p>Đường tròn (O) có $\widehat{END} = \widehat{ECD}$</p> <p>Từ đó suy ra $\widehat{END} = \widehat{IHD} \Rightarrow NE \parallel AI$</p> <p>Chứng minh NI là phân giác của góc $ENM \Rightarrow \frac{IE}{IM} = \frac{HE}{HM}$ (1)</p> <p>Chứng minh HC là phân giác góc ngoài tại H của tam giác HDE $\Rightarrow \frac{CE}{CM} = \frac{HE}{HM}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{IE}{IM} = \frac{CE}{CM} \Rightarrow IE \cdot CM = IM \cdot CE$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu 5: (1.0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1. 0,5 điểm	<p>ĐKXD $\begin{cases} 2x^2 + 6x + 1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$</p> <p>Biến đổi phương trình trở thành</p> $4x^2 - 6x - 1 + x\sqrt{2x^2 + 6x + 1} = 0$ <p>Đặt $\sqrt{2x^2 + 6x + 1} = t (t \geq 0) \Rightarrow 6x + 1 = t^2 - 2x^2$</p> <p>Phương trình trở thành $6x^2 + xt - t^2 = 0$</p> <p>Giải phương trình tìm được $\begin{cases} t = 3x \\ t = -2x \end{cases}$</p>	0,25

	<p>+) $t = 3x$</p> $\Rightarrow \sqrt{2x^2 + 6x + 1} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 + 6x + 1 = 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>+) $t = -2x$</p> $\Rightarrow \sqrt{2x^2 + 6x + 1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 2x^2 + 6x + 1 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3 - \sqrt{11}}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là $\left\{ 1; \frac{3 - \sqrt{11}}{2} \right\}$.</p>	0,25
2. 0,5 điểm	<p>Ta có $x^2 + yz \geq 2x\sqrt{yz} \Rightarrow \frac{1}{x^2 + yz} \leq \frac{1}{2x\sqrt{yz}}$</p> <p>Chứng minh tương tự ta có</p> $\frac{1}{y^2 + zx} \leq \frac{1}{2y\sqrt{zx}}; \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2z\sqrt{xy}}$ <p>Từ đó suy ra $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x\sqrt{yz}} + \frac{1}{y\sqrt{zx}} + \frac{1}{z\sqrt{xy}} \right)$</p>	0,25
	<p>Ta có $\frac{1}{x\sqrt{yz}} + \frac{1}{y\sqrt{zx}} + \frac{1}{z\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}}{xyz}$</p> <p>Chứng minh được $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} \leq x + y + z$</p> <p>Từ đó suy ra $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{x + y + z}{xyz} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$</p>	0,25

Chú ý :

- 1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì cho điểm tương đương.
- 2) Bài 4.1: Học sinh không bắt buộc phải vẽ lại hình.
- 3) Bài 4.2: Học sinh bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu hình vẽ sai ở phần nào thì không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- 4) Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

-----HẾT-----