SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề thi 101

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;3)$ và song song với đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 3-t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = -1+3t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 3-t \end{cases}$.

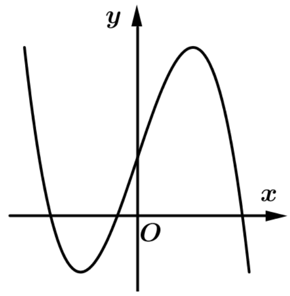
Câu 2. $\int_1^3 x^2 dx$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{28}{3}$. **C.** 8. **D.** $\dfrac{26}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = \dfrac{x+3}{x-1}$.
C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 5. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = 2a$ bằng

A. $14a^3$. **B.** $\dfrac{7}{2}a^3$. **C.** $7a^3$. **D.** $\dfrac{14}{3}a^3$.

Câu 6. Thể tích V của khối cầu có bán kính $r = 4$ bằng

A. $V = 256\pi$. **B.** $V = 64$. **C.** $V = \dfrac{256\pi}{3}$. **D.** $V = 64\pi$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z = 9 - 4i$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** $-4i$. **D.** 9.

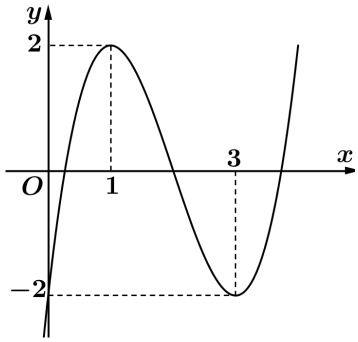
Câu 9. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{a^3}(3a)$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}(1+\log_a 3)$. **C.** $3(1+\log_a 3)$. **D.** $-1+\log_a 3$.

Câu 10. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 9$ bằng

A. 3π. **B.** 12π. **C.** 9π. **D.** 27π.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 2. **B.** 1.
C. 3. **D.** -2.

Câu 12. Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh bằng

A. $3!$. **B.** C_7^3. **C.** $\dfrac{7!}{3!}$. **D.** A_7^3.

Câu 13. Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=2^{2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=2^{2x-1}$. **B.** $y'=2x.2^{2x-1}$. **C.** $y'=2^{2x}\ln 2$. **D.** $y'=2^{2x+1}\ln 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$. Tâm I của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là

A. $\left(1;-2;3\right)$. **B.** $\left(2;-4;6\right)$. **C.** $\left(-2;4;-6\right)$. **D.** $\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $f\left(x\right)=\left(x-1\right)^{-3}$ là

A. $\left[1;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$.
C. $\left(-2;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=\left(2;1;3\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=\left(1;3;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\left(3;1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\left(-1;3;2\right)$.

Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x+\sin 3x$ là

A. $2x^2+\dfrac{\sin 3x}{3}+C.$ **B.** $2x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+C.$ **C.** $4x^2-\dfrac{\sin 3x}{3}+C.$ **D.** $4x^2+\dfrac{\cos 3x}{3}+C.$

Câu 19. Biết $\int f\left(x\right)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$, khi đó $f\left(x\right)$ bằng

A. e^x. **B.** e^{2x}. **C.** $\dfrac{1}{4}e^{2x}$. **D.** $\dfrac{1}{2}e^{2x}$.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-5;4\right)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là

A. $\left(2;-5;-4\right)$. **B.** $\left(2;5;4\right)$. **C.** $\left(2;5;-4\right)$. **D.** $\left(-2;-5;4\right)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3+t \\ y=3+3t \\ z=2t \end{cases}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

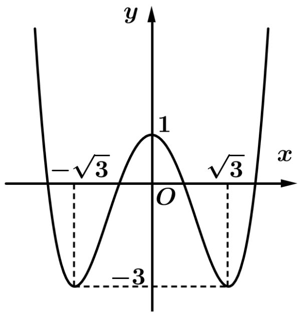
Câu 23. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3, \int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_0^2 [f(x)-5g(x)+x]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1+2i|=3$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Câu 25. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5.
C. 4. **D.** 3.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$, $u_3=-2$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -1. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x}-2.3^{x+2}+27=0$ bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 27. **D.** 9.

Câu 28. Môđun của số phức z thỏa mãn: $z+2\overline{z}=9-2i$ bằng

A. $\sqrt{85}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 29. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=6$ và $IM=8$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. 64π. **B.** 60π. **C.** 80π. **D.** 48π.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+3)<\log_3(1-x)$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a.b$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 32. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $V=\frac{512\pi}{15}$. **B.** $V=\frac{32}{3}$. **C.** $V=\frac{32\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{512}{15}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+1=0$. **B.** $2x-y-z+7=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $2x-y-z+2=0$.

Câu 34. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 32π. **D.** 16π.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1-3i$. Phần ảo của số phức $w=\dfrac{z_2}{z_1}-4$ bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 36. Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r=25\ cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\dfrac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong của giá đỡ bằng

A. $18\ cm$. **B.** $20\ cm$.

C. $10\sqrt{5}\ cm$. **D.** $10\sqrt{3}\ cm$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a,\ AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 38. Biết m_0 là giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(-4;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=6a$, $AC=4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\dfrac{7a}{6}$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{12a}{13}$. **D.** $\dfrac{6a}{7}$.

Câu 40. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m+1=0$ (với m là tham số thực). Gọi S là tổng của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$. Giá trị của S bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 41. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, xác suất để chọn được 5 tấm ghi số lẻ, 3 tấm ghi số chẵn trong đó có ít nhất 2 tấm ghi số chia hết cho 4 bằng

A. $\dfrac{417}{4199}$. **B.** $\dfrac{90}{4199}$. **C.** $\dfrac{504}{4199}$. **D.** $\dfrac{41}{4199}$.

Câu 42. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)dx = F(3) - G(0) + a, (a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0, x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng

A. 5. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2iz| = 8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2 : \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(3;1;0)$. **B.** $N(0;1;3)$. **C.** $Q(3;1;-1)$. **D.** $P(-1;1;-3)$.

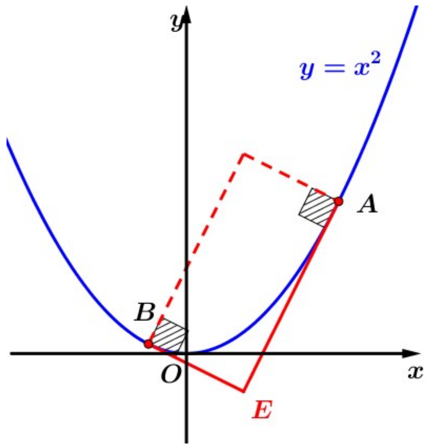
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f(x).f'(x) - [f(x)]^2 = 2e^{6x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f(1) = a.e^b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 46. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a > 1, b > 0, c > 0$ và bất phương trình $a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3} \geq 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{16a}{3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = m, b = n, c = p$. Khi đó, tổng $m + n + p$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{81}{16}$. **C.** $\frac{57}{20}$. **D.** $\frac{51}{16}$.

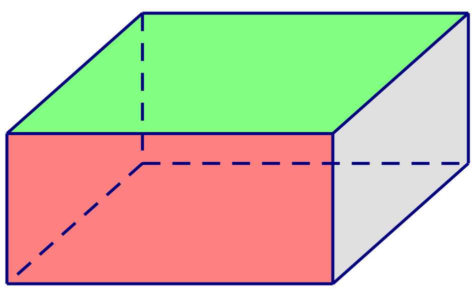
Câu 47. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (C), biết rằng tồn tại hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B và hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai tiếp tuyến tại A, B tạo thành một hình chữ nhật (H) có chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai tiếp tuyến tại A, B. S_2 là diện tích hình chữ nhật (H). Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{125}{768}$. **B.** $\frac{125}{128}$.

C. $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

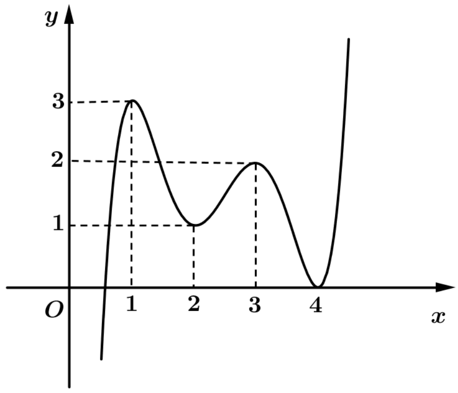
Câu 48. Một người thợ gò làm một cái hòm dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng độ dài đường chéo hình hộp bằng $3\sqrt{2}\,dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $18\,dm^2$ tôn. Với yêu cầu như trên người thợ có thể làm được cái hòm có thể tích lớn nhất bằng



A. $8\,dm^3$. **B.** $2\sqrt{2}\,dm^3$.

C. $6\,dm^3$. **D.** $4\,dm^3$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $h(x) = [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;3)$. **B.** $(3;4)$.

C. $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

-------- HẾT--------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																						
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	A	D	D	D	A	B	C	C	A	D	B	B	B	A	B	C	D	A	A	D	B	B	A	B
2	D	B	B	A	B	D	C	D	B	C	D	A	B	C	B	A	B	D	A	A	B	C	A	D
3	D	C	B	D	B	A	C	A	C	D	A	C	D	A	A	B	C	D	C	A	B	C	C	D
4	D	B	A	B	A	C	B	B	B	A	B	D	D	C	B	B	A	B	C	C	A	D	D	A
5	A	B	A	A	B	B	B	C	A	A	A	B	D	D	B	B	D	C	A	C	C	D	D	A
6	C	D	B	A	A	D	D	A	A	A	D	D	A	B	A	D	A	D	D	A	C	A	C	A
7	B	B	B	D	D	B	C	A	B	C	A	A	B	A	B	D	B	B	A	D	C	D	B	A
8	B	C	B	C	B	D	B	B	C	A	D	B	D	B	B	A	B	C	B	B	A	B	B	D
9	B	C	C	D	D	B	A	D	B	D	B	B	C	A	A	B	A	B	A	B	B	D	B	D
10	D	C	B	B	C	D	B	D	A	D	C	B	A	B	C	A	A	A	A	A	D	B	C	A
11	A	A	C	B	D	B	B	D	D	B	C	D	D	D	B	C	A	D	D	A	B	C	C	A
12	B	D	A	C	D	C	B	C	A	D	D	C	B	A	D	B	B	C	C	C	C	B	C	A
13	D	A	A	C	B	B	C	C	B	A	C	B	A	C	D	B	B	A	D	B	C	C	A	B
14	A	A	D	C	C	D	A	B	A	A	D	B	B	C	D	A	B	A	D	B	B	B	D	B
15	D	C	A	D	A	C	C	B	D	C	C	C	A	B	D	D	B	C	B	C	B	B	D	B
16	A	C	A	C	B	A	B	C	B	A	D	B	D	B	A	D	A	B	D	A	B	C	B	A
17	A	D	A	C	B	A	B	B	B	B	B	B	B	C	D	B	A	A	B	D	C	B	A	D
18	B	D	B	A	C	D	C	B	C	B	C	D	C	C	A	B	A	C	D	A	D	A	A	C
19	B	C	A	B	B	A	B	D	B	C	A	C	B	D	A	C	D	D	A	C	D	B	A	D
20	A	B	D	A	A	C	A	C	C	D	B	A	D	A	A	D	A	B	C	D	B	A	D	C
21	D	C	D	B	A	D	D	D	A	C	D	A	C	C	A	A	C	D	A	B	B	C	C	B
22	D	B	A	A	A	B	D	D	D	B	C	A	D	D	C	D	B	D	C	D	C	D	B	B
23	D	A	A	D	B	C	C	B	A	C	B	A	A	A	A	D	A	A	C	A	C	B	B	A
24	A	A	C	A	C	C	C	A	C	B	C	B	A	B	A	B	B	B	B	D	C	D	C	D
25	D	C	A	D	C	B	A	C	D	A	C	B	C	B	C	D	A	B	B	C	B	C	D	A

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																						
	101	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**	**111**	**112**	**113**	**114**	**115**	**116**	**117**	**118**	**119**	**120**	**121**	**122**	**123**	**124**
26	C	C	C	B	B	A	B	A	C	A	D	A	A	C	A	B	B	A	C	A	A	A	D	C
27	A	B	D	D	D	C	A	C	D	A	B	C	D	A	A	C	C	D	A	D	C	D	D	C
28	B	C	B	D	D	A	D	C	A	C	A	D	B	A	C	B	C	D	C	C	D	A	B	B
29	C	C	C	C	B	B	A	D	A	D	A	A	A	D	D	D	D	C	B	C	A	A	C	B
30	D	D	B	D	A	B	D	C	A	C	C	A	B	C	D	D	B	C	D	B	A	D	A	D
31	D	A	B	B	C	C	A	B	A	B	A	D	D	C	D	C	D	D	B	D	B	A	C	C
32	A	C	C	A	B	C	B	B	D	D	C	C	D	B	C	D	A	D	A	C	D	D	B	B
33	A	D	B	C	A	A	A	A	D	D	D	B	C	C	B	C	D	B	A	C	C	D	D	A
34	D	A	B	B	B	C	D	D	C	B	C	D	A	A	D	D	C	A	C	A	A	C	C	A
35	A	B	C	A	B	A	C	A	B	C	A	A	D	A	B	D	D	C	D	C	B	D	C	A
36	B	B	D	D	A	B	B	B	C	A	C	A	D	B	D	C	D	B	B	D	C	B	C	B
37	C	C	C	B	B	D	D	A	B	A	C	A	C	B	D	B	A	C	C	B	D	B	A	B
38	C	B	A	A	A	C	D	C	D	C	B	C	B	A	C	B	B	C	D	B	B	B	B	A
39	D	B	D	D	C	C	D	A	A	B	B	D	D	C	B	B	D	A	B	C	D	D	C	C
40	B	C	A	B	D	A	C	D	D	D	B	B	D	A	B	A	A	B	C	B	B	D	B	C
41	C	D	B	D	D	D	B	C	A	A	A	A	C	C	D	C	B	B	C	D	A	C	C	D
42	A	D	D	A	C	D	D	C	C	C	A	A	C	A	D	C	A	A	D	C	C	A	D	C
43	D	C	B	C	B	A	A	A	A	A	D	B	B	D	D	C	A	C	D	C	C	B	A	B
44	C	C	B	D	C	D	C	A	D	A	D	B	D	A	C	C	D	A	A	B	B	A	B	B
45	A	C	D	C	D	D	D	D	A	A	C	D	C	A	A	B	A	D	A	D	A	C	D	A
46	D	A	A	C	D	D	B	C	C	D	C	C	C	B	D	B	A	A	C	B	D	B	D	D
47	C	B	D	C	C	B	D	A	B	C	C	A	A	B	D	D	D	A	B	D	C	A	C	A
48	D	C	C	D	A	D	B	C	C	B	B	B	A	C	C	C	B	B	D	B	D	D	B	B
49	A	A	B	C	B	C	B	C	C	D	C	C	B	C	B	B	D	D	C	C	B	C	C	D
50	C	C	D	A	A	C	D	D	D	B	D	A	B	D	D	C	C	A	C	B	C	B	B	A

ĐỀ GỐC SỐ 1

VẬN DỤNG

Câu 36: Biết m_0 là giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0 (*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 $\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0$ $\Leftrightarrow m < 3$.

Theo định lý Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = \dfrac{m}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - m = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m_0 = 1 \in (0;2)$.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2iz| = 8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

+ Ta có: $8 = |z^2 - 2iz| = |z^2 - 2iz + i^2 + 1| = |(z-i)^2 + 1| \geq |(z-i)^2| - 1 \quad (*)$

$\Rightarrow |z - i|^2 \leq 9 \Leftrightarrow |z - i| \leq 3$.

Dấu bằng trong (*) xảy ra khi $(z-i)^2 = m \in \mathbb{R}, m \leq -1 \Leftrightarrow z = yi, y \in (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$.

+ $P = |iz + 1| = |i(z-i)| = |z - i| \leq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |z - i| = 3 \\ z = yi, y \in (-\infty;0] \cup [2;+\infty) \\ |z^2 - 2iz| = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 4i \\ z = -2i \end{array}\right.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.

Câu 38: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 - 2(m+1)z + 6m + 1 = 0$ (với m là tham số thực). Gọi S là tổng của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2}$. Giá trị của S bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Ta có $\Delta' = m^2 - 4m$

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < 0 \end{array}\right.$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 và

$z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \Leftrightarrow z_1^2 = z_2^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2\,(loai) \\ z_1 = -z_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 2(m+1) = 0 \Leftrightarrow m = -1\,(tm)$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Khi đó

$z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$ (luôn đúng)

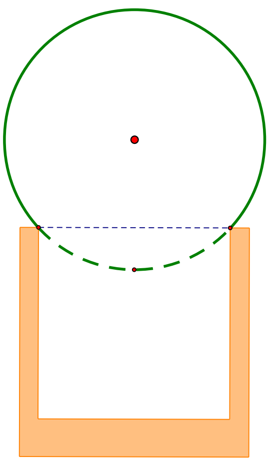
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1;2;3\}$

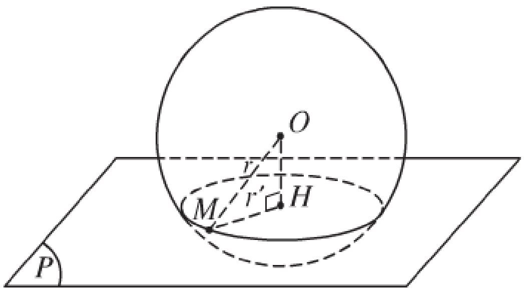
Do đó $S = \{-1;1;2;3\}$. Tổng các phần tử của S là 5.

Câu 39: Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r = 25\ cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\frac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong của giá đỡ bằng

A. $20\ cm$. **B.** $18\ cm$. **C.** $10\sqrt{5}\ cm$. **D.** $10\sqrt{3}\ cm$.

Hướng dẫn giải





Chiều cao của hình cầu là đường kính, nên theo đề ta có phần khuất $\frac{1}{5}2r = 10\ cm$.

Suy ra $OH = \frac{3r}{5} = 15\ cm$.

Bán kính mặt trong của giá đỡ bằng bán kính đường tròn giao tuyến.

Vậy $r' = \sqrt{r^2 - \left(\frac{3r}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}r = 20\ cm$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2 : \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(3;1;0)$. **B.** $N(0;1;3)$. **C.** $P(-1;1;-3)$. **D.** $Q(3;1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;-1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương $\vec{v} = (-1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 có một vectơ pháp tuyến là $[\vec{u}, \vec{v}] = (4;0;4)$.

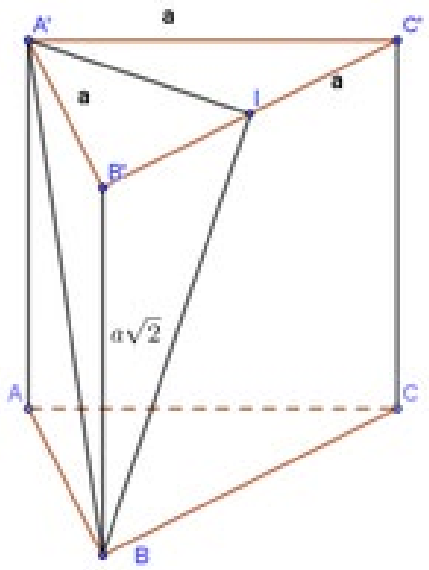
Phương trình mặt phẳng (P) là $4(x-1) + 0 + 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + z - 2 = 0$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $Q(3;1;-1)$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Hướng dẫn giải



Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

Ta có: $\begin{cases} A'I \perp B'C' \\ A'I \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'I \perp (BCC'B')$.

Suy ra: IB là hình chiếu vuông góc $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Khi đó: $(A'B;(BCC'B')) = (A'B;IB) = \widehat{A'BI}$.

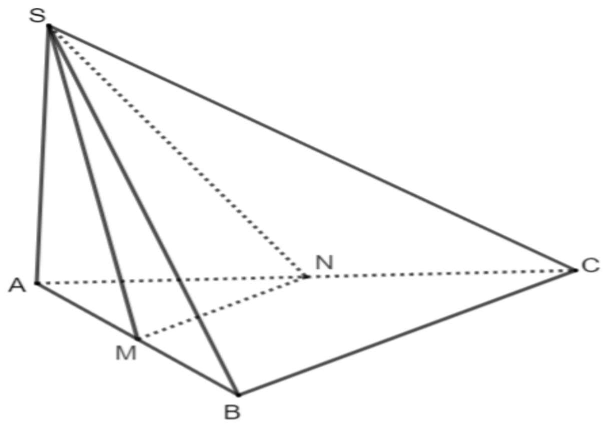
Xét tam giác vuông $A'BI$ có: $\sin \widehat{A'BI} = \dfrac{A'I}{A'B} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2.a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra: $\widehat{A'BI} = 30^0$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 6a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\dfrac{7a}{6}$. **B.** $\dfrac{6a}{7}$. **C.** $\dfrac{12a}{13}$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải



Gọi N là trung điểm của AC, ta có: $MN // BC$ nên ta được $BC // (SMN)$.

Do đó $d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = h$.

Tứ diện $A.SMN$ vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2} \Rightarrow h = \frac{6a}{7}.$$

Vậy $d(BC, SM) = \dfrac{6a}{7}$.

Câu 43: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, xác suất để chọn được 5 tấm ghi số lẻ, 3 tấm ghi số chẵn trong đó có ít nhất 2 tấm ghi số chia hết cho 4 bằng

A. $\dfrac{417}{4199}$. **B.** $\dfrac{90}{4199}$. **C.** $\dfrac{504}{4199}$. **D.** $\dfrac{41}{4199}$.

Hướng dẫn giải

Trong 20 tấm thẻ có 10 số lẻ, 10 số chẵn và 5 số chia hết cho 4.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{20}^{8}$.

Gọi A là biến cố chọn được 8 tấm thẻ thỏa đề bài.

Số cách chọn 8 tấm thẻ trong đó có 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó ít nhất có 2 tấm mang số chia hết cho 4 là: $n(A)=C_{10}^{5}.C_{5}^{2}.C_{5}^{1}+C_{10}^{5}.C_{5}^{3}$.

Xác suất cần tìm: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{10}^{5}.C_{5}^{2}.C_{5}^{1}+C_{10}^{5}.C_{5}^{3}}{C_{20}^{8}}=\dfrac{504}{4199}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f(x).f'(x)-\left[f(x)\right]^2=2e^{6x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $f(1)=a.e^{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có

$$f(x).f'(x)-f^2(x)=2e^{6x}\Rightarrow\frac{2f(x).f'(x).e^{2x}-2e^{2x}.f^2(x)}{e^{4x}}=4e^{4x}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{f^2(x)}{e^{2x}}\right)'=4e^{4x}\Rightarrow\frac{f^2(x)}{e^{2x}}=\int 4e^{4x}dx=e^{4x}+C.$$

Suy ra $\dfrac{f^2(0)}{1}=1+C\Rightarrow C=0$. Do đó $f^2(x)=e^{6x}\Rightarrow f(x)=e^{3x},\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $f(1)=e^3\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\Rightarrow a+b=4.$

Câu 45: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^3 f(x)dx=F(3)-G(0)+a,\,(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0,x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Do $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $G(x)=F(x)+C,\forall x\in\mathbb{R}$, với C là hằng số.

Mặt khác $\int\limits_0^3 f(x)dx=F(3)-F(0)$.

Lại có $\int\limits_0^3 f(x)dx=F(3)-G(0)+a$, suy ra $G(0)=F(0)+a$.

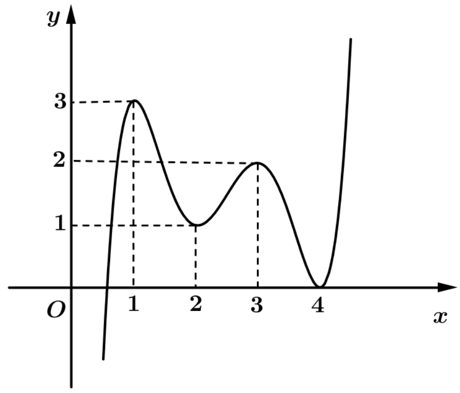
Do đó $a=C\Rightarrow G(x)=F(x)+a,\forall x\in\mathbb{R}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0,x=3$.

$$S=\int\limits_0^3\left|G(x)-F(x)\right|dx\Leftrightarrow 15=\int\limits_0^3|a|dx\overset{a>0}{\Leftrightarrow}15=3a\Leftrightarrow a=5.$$

VẬN DỤNG CAO

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



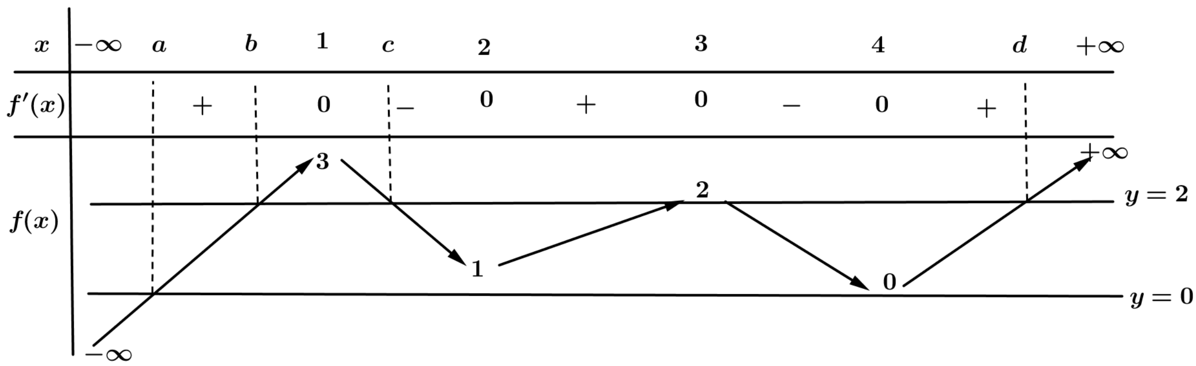
Hàm số $h(x) = \left[f\left(x\right)\right]^3 - 3\left[f\left(x\right)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(3;4\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $h'\left(x\right) = 3f'\left(x\right)\left[f^2\left(x\right) - 2f\left(x\right)\right]$.

Phương trình $h'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x\right) = 0 \\ f\left(x\right) = 0 \\ f\left(x\right) = 2 \end{array}\right.$.



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy: $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{1;2;3;4\right\}$ (các nghiệm bội lẻ)

$f\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = a < 1$ hoặc $x = 4$ ($0 < a < 1$ là nghiệm đơn, 4 là nghiệm kép)

$f\left(x\right) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = b\ \left(a < b < 1\right) \\ x = c \in \left(1;2\right) \\ x = 3 \\ x = d > 4 \end{array}\right.$ (b, c, d là các nghiệm đơn, 3 là nghiệm kép)

Ta lập được bảng xét dấu của $h'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		a		b		1		c		2		3		4		d		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(a;b)$; $(1;c)$; $(2;3)$ và $(4;d)$

Câu 47: Một người thợ gò làm một cái hòm dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng độ dài đường chéo hình hộp bằng $3\sqrt{2}\,dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $18\,dm^2$ tôn.Với yêu cầu như trên người thợ có thể làm được cái hòm có thể tích lớn nhất bằng

A. $2\sqrt{2}\,dm^3$. **B.** $6\,dm^3$. **C.** $4\,dm^3$. **D.** $8\,dm^3$.

Hướng dẫn giải

Gọi a, b, c là kích thước các mặt của hình hộp chữ nhật.

Không mất tính tổng quát giả sử $0 < a \le b \le c$.

Theo đề ta có: $\begin{cases} ab + ac + bc = 9 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6$

Từ đó suy ra $b + c = 6 - a$ và $0 < a \le 2$.

$ab + ac + bc = 9 \Rightarrow bc = 9 - a(b+c) = 9 - a(6-a) = a^2 - 6a + 9$.

Thể tích khối hộp là $V = abc = a\left(a^2 - 6a + 9\right)$.

Xét hàm $f(a) = a^3 - 6a^2 + 9a$ với $0 < a \le 2$.

$f'(a) = 3a^2 - 12a + 9$; $f'(a) = 0 \Leftrightarrow 3a^2 - 12a + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

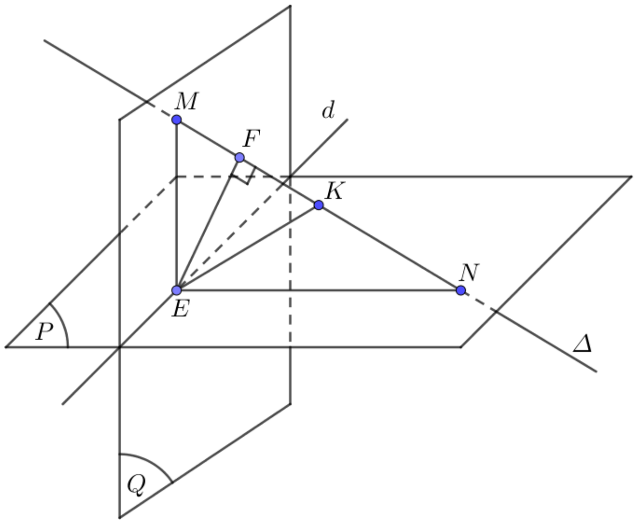
a	0		1		2
$f'(a)$		+	0	−	
$f(a)$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Vậy thể tích lớn nhất của khối hộp là 4.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải



Ta nhận xét $d \perp \Delta$ do $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_\Delta} = 1.1 + 1.1 + 2.(-1) = 0$

Trong $(Q), ME \perp d$ tại E. Suy ra $ME \perp (P) \Rightarrow ME \perp NE \Rightarrow \Delta MEN$ vuông tại E

Hạ đường cao EF trong ΔMEN vuông tại E.

Ta có: $\begin{cases} d \perp ME \\ d \perp MN \end{cases} \Rightarrow d \perp (MEN) \Rightarrow d \perp EF$

Mà $EF \perp \Delta \Rightarrow EF = d(d,\Delta)$

Gọi K là trung điểm MN. Khi đó, $MN = 2EK \le 2EF = 2d(d,\Delta)$

Dấu bằng xảy ra khi $K \equiv F$, tức là ΔMEN vuông cân tại E

Ta có:

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(1;1;0) \in d \\ \overrightarrow{u_d} = (1;1;2) \end{cases}$$

$$\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \Rightarrow \begin{cases} B(2;0;1) \in \Delta \\ \overrightarrow{u_\Delta} = (1;1;-1) \end{cases}$$

Suy ra,

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;-1;1) \\ \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-3;3;0) \end{cases} \Rightarrow d(d,\Delta) = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|} = \sqrt{2}$$

Vậy MN ngắn nhất là $2\sqrt{2}$.

Câu 49: Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a > 1, b > 0, c > 0$ và bất phương trình $a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3} \ge 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{16a}{3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = m, b = n, c = p$. Khi đó, tổng $m + n + p$ bằng

A. $\frac{81}{16}$. **B.** $\frac{57}{20}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{51}{16}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3} \ge 1 \Leftrightarrow x^2+(2x+3)\log_a(b+4c) \ge 0 \Leftrightarrow x^2+2\log_a(b+4c).x+3\log_a(b+4c) \ge 0 \quad (*)$

$(*)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \le \log_a(b+4c) \le 3 \Leftrightarrow 1 \le b+4c \le a^3$

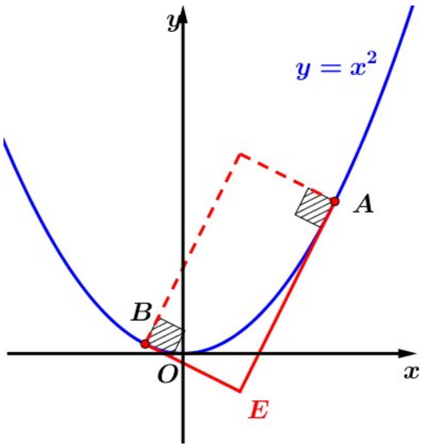
$$P=\frac{16a}{3}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{16a}{3}+\frac{1}{b}+\frac{4}{4c} \ge \frac{16a}{3}+\frac{9}{b+4c} \ge \frac{16a}{3}+\frac{9}{a^3}=\frac{16a}{9}+\frac{16a}{9}+\frac{16a}{9}+\frac{9}{a^3} \ge \frac{32}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{16a}{9}=\frac{9}{a^3} \\ b+4c=a^3 \\ b=2c \\ a>1, b>0, c>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{9}{8} \\ c=\frac{9}{16} \end{cases}$.

Khi đó $m+n+p=\frac{51}{16}$.

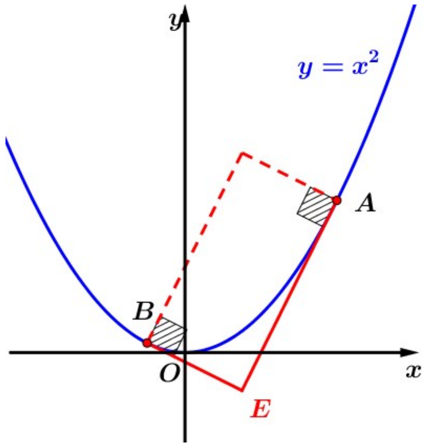
Câu 50: Cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị (C), biết rằng tồn tại hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B và hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai tiếp tuyến tại A, B tạo thành một hình chữ nhật (H) có chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai tiếp tuyến tại A, B. S_2 là diện tích hình chữ nhật (H). Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{125}{768}$. **D.** $\frac{125}{128}$.



Hướng dẫn giải

Đặt $A(a;a^2)$ và $B(b;b^2)$. Không mất tính tổng quát, ta xét $a>0$ và $b<0$.



Gọi: (d_1) là đường tiếp tuyến với (C) tại A, (d_2) là đường tiếp tuyến với (C) tại B.

$$\Rightarrow \begin{cases} (d_1): y = 2ax - a^2 \\ (d_2): y = 2bx - b^2 \end{cases}.$$

Do $(d_1) \perp (d_2)$ nên $k_{(d_1)}.k_{(d_2)} = -1 \Leftrightarrow (2a).(2b) = -1 \Rightarrow b = \dfrac{-1}{4a} \Rightarrow B\left(\dfrac{-1}{4a}; \dfrac{1}{16a^2}\right)$

$\Rightarrow (d_2): y = -\dfrac{x}{2a} - \dfrac{1}{16a^2}$, $d_1 \cap d_2$ tại $E\left(\dfrac{4a^2-1}{8a}; -\dfrac{1}{4}\right)$.

Các kích thước của hình chữ nhật là $\dfrac{\sqrt{(4a^2+1)^3}}{8a}$ và $\dfrac{\sqrt{(4a^2+1)^3}}{16a^2}$. Từ giả thiết suy ra $\left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

$$S_2 = \frac{(4a^2+1)^3}{128a^3} = \frac{125}{128} \Rightarrow \begin{cases} (d_1): y = 2x - 1 \\ (d_2): y = -\dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{16} \end{cases} \text{ và } E\left(\frac{3}{8}; -\frac{1}{4}\right).$$

$$S_1 = \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{8}} \left[x^2 - \left(\frac{-x}{2} - \frac{1}{16}\right)\right] \mathrm{d}x + \int_{\frac{3}{8}}^{1} \left[x^2 - (2x-1)\right] \mathrm{d}x = \frac{125}{768}.$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{125}{768} \cdot \frac{128}{125} = \frac{128}{768} = \frac{1}{6}.$$